

Государственное учреждение образования  
«Средняя школа №8 г. Слонима»

План-конспект урока по геометрии на тему

## **«Теорема косинусов»**

9 класс

Осипчук Елена Николаевна,  
учитель математики высшей  
категории, педагогический стаж

33 года

т. 8033 3101789,

e-mail: [efimchik-e-n@yandex.ru](mailto:efimchik-e-n@yandex.ru)

2019г.

## Тема: «Теорема косинусов»

**Место урока в теме:** второй

**Тип урока:** урок совершенствования знаний, умений и навыков

**Форма урока:** практикум с элементами контроля

**Цель урока:** планируется, что к концу урока учащиеся будут уметь переводить практико-ориентированные задачи на язык математики, строить чертеж к задаче, применять теорему косинусов в различных практических ситуациях.

**Цель урока на языке учащегося:** к концу урока я научусь находить расстояния и углы на местности с использованием плана местности и теоремы косинусов.

**Задачи личностного развития:**

- организовать деятельность, направленную на развитие познавательных процессов: внимания, мышления, умения применять знания в незнакомой ситуации.
- способствовать развитию самостоятельности и самоконтроля.
- создать условия для положительного эмоционального состояния, воспитания любви к родному городу.

**Учебно-методическое обеспечение:** интерактивная доска с презентацией, выполненной с помощью программного обеспечение ТВ Comenius, компьютеры с программным комплексом «Знак», карточки-задания для работы в классе и для домашней работы, четырехзначные таблицы Брадиса, магнитики для рефлексии.

### Ход урока

#### **I Организационный момент (1 мин.)**

*Учитель.* - Здравствуйте! Посмотрите друг на друга. Улыбнитесь и садитесь. Сегодня у нас второй урок по теме «Теорема косинусов» и урок необычный, урок - исследование, урок – путешествие по родному городу.

#### **II Актуализация знаний. Повторение пройденного материала (8 мин.)**

*Учитель.* - На предыдущем уроке мы изучили теорему косинусов. Сформулируйте её. Скажите, какие элементы треугольника можно найти с помощью этой теоремы? (сторону треугольника, зная длины двух других сторон и угол, найти косинус угла, а значит и сам угол, если известны все стороны треугольника)

- Давайте вспомним теоретический материал, который вы использовали для выполнения домашнего задания и который нам пригодится сегодня для работы на уроке. Предлагаю нескольким учащимся на отметку выполнить тест за компьютерами в программном комплексе «Знак» (*Приложение*). Остальные устно выполняют следующие задания:

**Задание 1.** Верно ли равенство?

1)  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$  (не верно)

- 2)  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$  (верно)  
 3)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \sin C$  (не верно)  
 4)  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$  (верно)

**Задание 2.** Продолжи утверждение. Если:  
 $\cos \alpha > 0$ , то угол ... (острый)  
 $\cos \alpha = 0$ , то угол ... (прямой)  
 $\cos \alpha < 0$ , то угол .... (тупой)

**Задание 3.** Установите соответствие

1) $S = ab \sin \alpha$	А) теорема синусов
2) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	Б) площадь прямоугольного треугольника
3) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$	В) площадь параллелограмма
4) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	Г) теорема косинусов
5) $S = \frac{1}{2} ab$	Д) формула Герона

**Задание 2.** Каким будет угол  $\alpha$ , если:

$\cos \alpha > 0$ , то угол острый

$\cos \alpha = 0$ , то угол прямой

$\cos \alpha < 0$ , то угол тупой

**Задание 1.** Верно ли равенство?

1)  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

2)  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$

3)  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \sin C$

4)  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

**Задание 3.** Установите соответствие

$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = \frac{1}{2} a \cdot b$

площадь прямоугольного треугольника

площадь параллелограмма

формула Герона

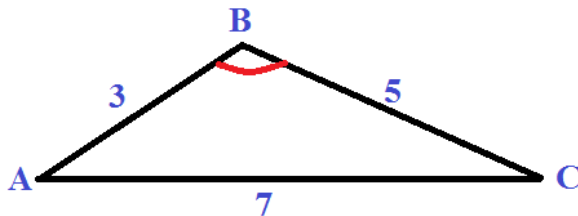
теорема синусов

теорема косинусов

### III Проверка домашнего задания (найди ошибку) (5 мин.)

**Учитель.** - Мы повторили теоретический материал и переходим к проверке домашнего задания. Сверьте своё решение с решением на доске. Найдите ошибки, если они есть. Внимание на слайд.

№ 252



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB=3$  см,  $BC=5$  см,  $AC=7$  см  
 Найти:  $\angle B$

Решение.

$$\cos B = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC};$$

$$\cos B = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5}$$

$$B = \frac{9+25-49}{30} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}. \text{ Значит, } \angle B = 60^\circ.$$

Ответ:  $60^\circ$

№ 252 **Найдите ошибку**

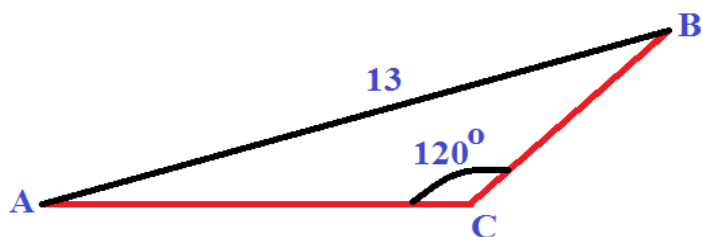
Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB=3$  см,  $BC=5$  см,  $AC=7$  см  
 Найти:  $\angle B$

Решение.

$$\cos B = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}; \cos B = \frac{3^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 3 \cdot 5};$$

$$\cos B = \frac{9+25-49}{30} = -\frac{15}{30} = -\frac{1}{2}. \text{ Значит, } \angle B = 60^\circ.$$

Ответ:  $60^\circ$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 13$  см,  
 $BC:AC = 7:8$ ,  $\angle C = 120^\circ$   
 Найти:  $AC$ ,  $CB$

Решение.

- 1) Пусть  $BC = 7x$  см,  $AC = 8x$  см
- 2) По теореме косинусов  
 $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C$   
 $13^2 = (7x)^2 + (8x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \cdot \cos 120^\circ$ ,  
 $169 = 49x^2 + 64x^2 + 2 \cdot 56x^2 \cdot \frac{1}{2}$ ,  
 $169 = 113x^2 + 56x^2$ ,  
 $169 = 169x^2$ ,  
 $x^2 = 1$ ,  
 $x_1 = 1, x_2 = -1$  — не подходит по смыслу задачи.  
 Ответ: 1 см.

№ 253

Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = 13$  см,  
 $BC:AC = 7:8$ ,  $\angle C = 120^\circ$   
 Найти:  $AC$ ,  $CB$ .

Решение.

- 1) Пусть  $BC = 7x$  см,  $AC = 8x$  см
- 2) По теореме косинусов  
 $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C$   
 $13^2 = (7x)^2 + (8x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 8x \cdot \cos 120^\circ$ ,  
 $169 = 49x^2 + 64x^2 + 2 \cdot 56x^2 \cdot \frac{1}{2}$ ,  
 $169 = 169x^2$ ,  
 $x^2 = 1$ ,  
 $x_1 = 1, x_2 = -1$  — не подходит по смыслу задачи.  
 Ответ: 1 см. **7 см, 8 см.**

Учащиеся ищут и исправляют ошибки на доске, аргументируя каждое исправление.

#### IV Определение совместной цели деятельности. Сообщение темы урока (2 мин.)

Учитель. - Запишите дату и тему урока.



- Ребята, что изображено на фотографиях? (г.Слоним) Как красив наш город.



Вы знаете, что этот год объявлен годом малой Родины и к тому же мы празднуем 75 лет освобождения Гродненской области от немецко-фашистских захватчиков. Поэтому сегодня на уроке задания будут связаны с нашим городом. А как

применить теорему косинусов на практике, что можно найти и с помощью этой теоремы? (Находить различные расстояния, углы между дорогами, улицами).

- Поставьте для себя цели на этот урок (учится применять теорему косинусов при решении практических задач: находить расстояния и углы на местности используя план местности).

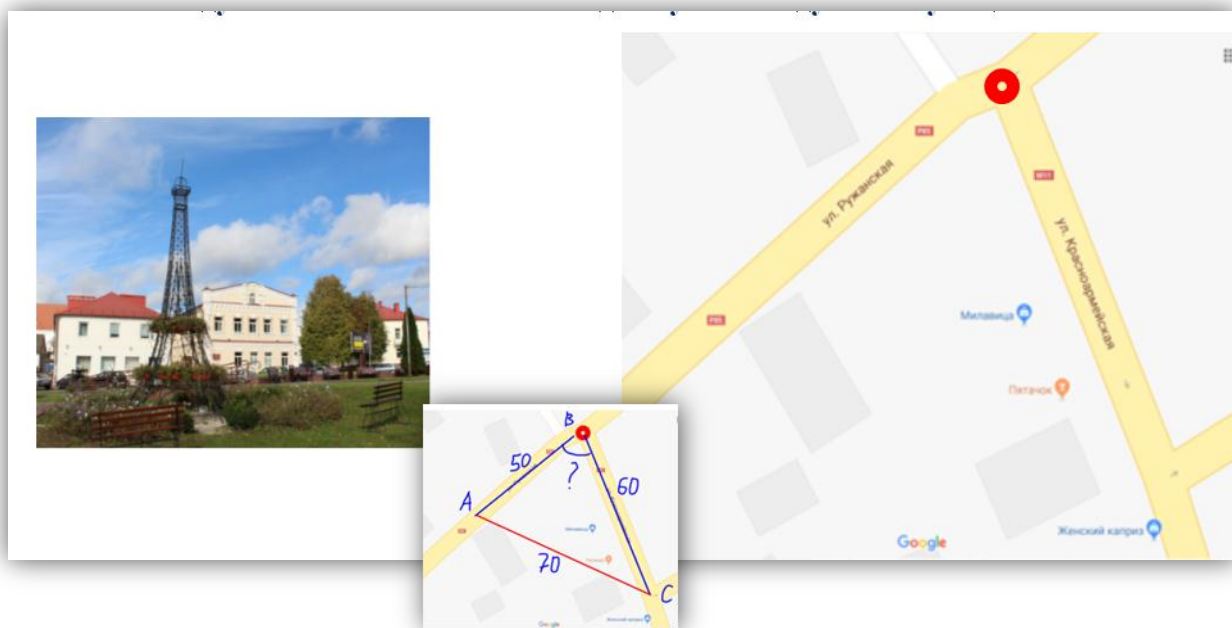
**V Зарядка для глаз (2 мин.)** (провести после решения задачи 1).

**VI Практическое применение знаний (15 мин.)**

*Учитель* - Мне нравится фраза, сказанная Артуром Кларком, он говорил: «Мало знать, надо и применять. Мало очень хотеть, надо и делать».

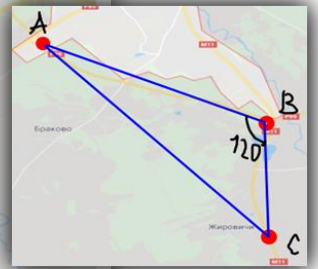
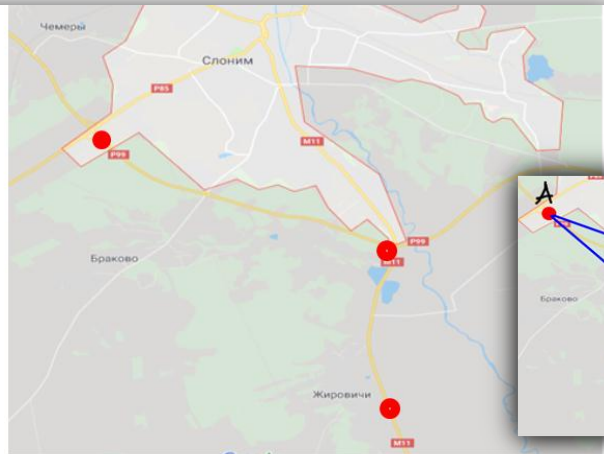
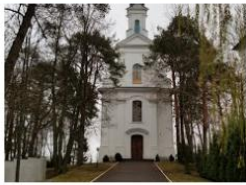
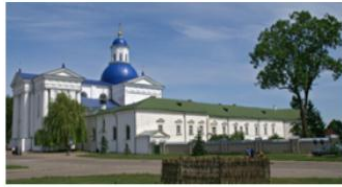
Переходим к решению задач. Для того, чтобы решить следующие задачи, нужно перевести их на язык математики и построить чертеж.

**Задача 1.** Два пешехода вышли одновременно от площади Ленина. Один пошел по ул. Ружанской и прошел 50 м, а второй по ул. Красноармейской – 60 м. При этом расстояние между ними оказалось 70 м. Найдите угол между этими улицами.



**Задача 2.**

От поворота на объездную дорогу до развилки 4 км, а от развилки до д. Жировичи 3 км. Угол между данными дорогами в районе развилки  $120^\circ$ . На сколько можно сократить путь, если проложить прямую дорогу от поворота до Жирович?



### Задача 3.

Дима и Андрей вышли одновременно из школы, и пошли равномерно по прямым дорожкам, расположенным под углом  $60^\circ$ . Скорость Димы 5 км/ч, а Андрея - 6 км/ч. Вычислите, на каком расстоянии друг от друга они будут находиться через 2 ч.

### VII Выходной контроль знаний с самопроверкой (7 мин.)



*Учитель* - Вернёмся к целям, которые вы поставили перед собой. Достигли вы их? (ДА) Давайте проверим. Я предлагаю вам самостоятельно решить задачу.

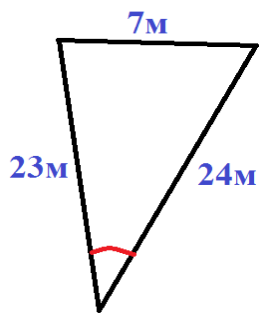
#### **Вариант 1**

Футбольный мяч находится у нападающего, который расположился на расстояниях 23 м и 24 м от стоек ворот. Ширина ворот 7 м. Найдите угол попадания мяча в ворота?

#### **Вариант 2**

Мальчик прошёл от дома по направлению на восток 8км. Затем свернул на другую дорогу под углом  $120^\circ$  и прошёл 6км. На каком расстоянии от дома оказался мальчик? (ответ округлите до целых)

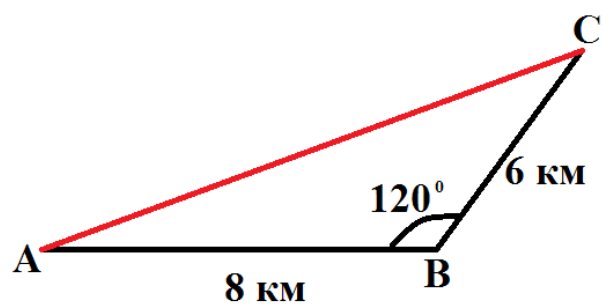
**Решение.**



$$\cos \alpha = \frac{23^2 + 24^2 - 7^2}{2 \cdot 23 \cdot 24}$$
$$\alpha = \frac{529 + 576 - 49}{552} = \frac{528}{552}$$
$$\cos \alpha = 0,95652, \alpha \approx 17^\circ$$

**Ответ:**  $17^\circ$

**Решение.**



$$AC^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ$$
$$AC^2 = 64 + 36 - 2 \cdot 48 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)$$
$$AC^2 = 148, AC = \sqrt{148} \approx 12(\text{км}).$$

**Ответ:** 12км.

Учитель - Я вижу, что вы уже справились с работой. Проверьте свое решение. (Учащиеся сравнивают свое решение с решением на интерактивной доске, которое предварительно было закрыто).

- Какие ошибки были допущены и почему? Поднимите руки, кто решил задачу правильно. Над чем ещё нужно работать дальше?

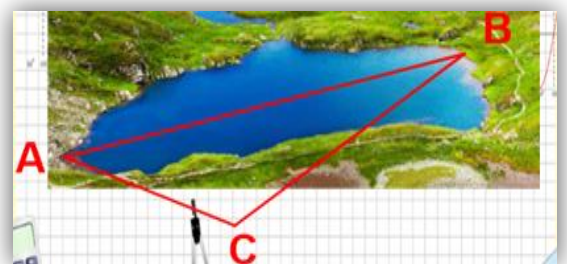
### **VIII Домашнее задание (2 мин.)**

Гл.2, §2 Задачи:

1. Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их соответственно равны 12 км\ч и 16 км\ч. Какое расстояние (в километрах) будет между ними через 3 часа?

2. Используя данные, указанные в условии задачи, найдите ширину озера возле д. Чемеры, если  $AC=12\text{м}$ ,  $\angle C=60^\circ$ ,  $BC=15\text{м}$ .

3. (По желанию из ЦТ, В5) Из пунктов А и В, находящихся друг от друга на расстоянии  $\sqrt{157}\text{ м}$ , равномерно и прямолинейно движутся в пункт С два тела со скоростями 1 м/с и 0,5 м/с соответственно. Какое суммарное расстояние в метрах прошли оба тела, если известно, что первое прибыло в пункт С на 1с позже второго и  $\angle ACB$  равен  $60^\circ$ ?



### **IX Подведение итогов. Рефлексия. (3 мин.)**

Учитель - Итак, сегодня на уроке вы убедились, что теорема косинусов применяется в жизни.

- Продолжите предложение. Сегодня на уроке я:

повторил... (формулировку теоремы косинусов, ее математическую запись для нахождения сторон и косинуса угла)

убедился..... (что теорема косинусов применяется на практике)

научился... (переводить практическую задачу на язык математики, строить чертеж, применять теорему косинусов в различных жизненных ситуациях)



- Ребята, что вы видите на слайде? Да, это канал Огинского. Ещё вчера, вы находились в начале пути изучения темы, т. е. были возле флажка. Представьте, что вы плывёте по реке знаний. Выходя с класса, прикрепите магнитик к тому участку пути, на котором вы находитесь теперь.

## Приложение

### Тест. Теорема косинусов

#### Задание 1

Заполни пропуски. В треугольнике КНТ  $KN^2 = NT^2 + \dots^2 - 2 \cdot NT \cdot \dots \cos T$

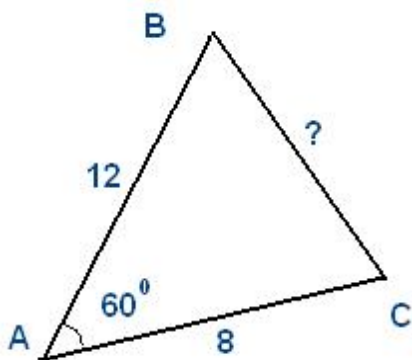
Варианты:

- 1) КН
- 2) НТ;
- 3) ТК

#### Задание 2

В  $\triangle ABC$ ,  $AB = 12$ ,  $AC = 8$ ,  $\angle A = 60^\circ$ . Найдите сторону  $BC$ .



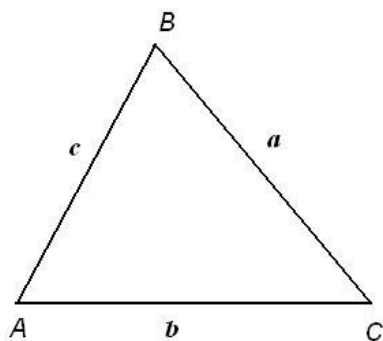


Варианты:

- 1)  $6\sqrt{2}$
- 2)  $4\sqrt{7}$
- 3)  $2\sqrt{7}$
- 4)  $5\sqrt{5}$
- 5) верный ответ не указан
- 6)  $3\sqrt{5}$
- 7)  $6$

Задание 3

Укажите верные формулы для нахождения косинусов углов.



Варианты:

- 1)  $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$
- 2)  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$
- 3)  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

4)  $\cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{2abc}$

5)  $\cos B = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{2abc}$

б) все формулы верны

#### Задание 4

В треугольнике ABC известны длины всех его сторон. Укажите теоремы, используемые для нахождения всех углов треугольника.

Варианты:

1) теорема синусов

2) теорема косинусов

3) теорема о сумме внутренних углов треугольника

4) теорема о нахождении площади треугольника

5) правильный ответ не указан

#### Задание 5

Длины сторон треугольника равны 3 см, 5 см и 7 см. Вычислите градусную меру угла треугольника, противолежащего большей стороне.

Варианты:

1) 60 градусов

2) 120 градусов

3) 150 градусов

4) 30 градусов

#### Литература

1. Запрудский, Н.И. Современные школьные технологии – 2 / Н.И. Запрудский. – Минск, 2010. – 256 с. – (Мастерская учителя).
2. Казачёнок, В.В. Основные формы использования информационно-образовательных ресурсов в учебном процессе / В.В.Казачёнок // Матэматыка. –2015.– № 1.– С.3–7.
3. Шлыков, В. В. Геометрия: учеб. Пособие для 9 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / В. В. Шлыков. – 3-е изд. – Минск, 2012. – 168 с.: ил.